

Spis treści

Od autora	9
Słowo wstępne autora do pierwszego wydania	11
Wykład 1. Wstęp do rachunku wyrównawczego i obliczeń geodezyjnych	13
1.1. Przedmiot rachunku wyrównawczego	13
1.2. Geneza i rozwój rachunku wyrównawczego	14
1.3. Elementarny wstęp do obliczeń geodezyjnych	15
1.3.1. Specyfika obliczeń geodezyjnych	15
1.3.2. Liczba przybliżona	15
1.3.3. Reguły Kryłowa–Bradisa	16
1.3.4. Unormowanie zmiennej w przedziale $[0,1]$	17
1.3.5. Błąd krańcowy obliczenia wartości funkcji	17
1.3.6. Algorytm	18
1.4. Linearyzacja równań nieliniowych	18
1.4.1. Linearyzacja nieliniowego równania $f(x)=0$ w punkcie x_0	18
1.4.2. Linearyzacja równania $f(x)=0$ w przedziale $[x_1, x_2]$	19
1.4.3. Linearyzacja funkcji wielu zmiennych	19
1.5. Metody dokładne i przybliżone	19
1.5.1. Obliczenia dokładne i iteracyjne	20
1.5.2. Metoda <i>regula falsi</i> (metoda siecznych)	20
1.5.3. Metoda Newtona (metoda stycznych)	20
Wykład 2. Obliczenia geodezyjne (1)	22
2.1. Liczby zespolone	22
2.2. Wektor	22
2.3. Tablica	24
2.4. Wyznacznik	24
2.4.1. Interpretacja geometryczna wyznacznika	25
2.4.2. Minor i kofaktor wyznacznika	26
2.4.3. Obliczenia numeryczne wyznaczników	26
2.5. Formy Hausbrandta	27
2.6. Macierze	28
2.7. Krakowiany	29
2.7.1. Oznaczenia i podstawowe działania	30
2.7.2. Niektóre typowe krakowiany	32
Wykład 3. Obliczenia geodezyjne (2)	33
3.1. Przykłady liczbowe	33
3.2. Zapisy transformacji wektora oraz układu równań liniowych	34
3.3. Zapis krakowianowy różniczki zupełnej funkcji wektora oraz funkcji wektorowej	34
3.4. Algorytm obliczenia pierwiastka krakowianowego	36
3.5. Obliczanie odwrotności krakowianu	37
3.6. Rozwiązywanie układów równań liniowych	38
3.6.1. Metoda nieoznaczona	38
3.6.2. Metoda Cramera	39
3.6.3. Metody ortogonalizacji układów równań	39
3.6.4. Metody eliminacji	40
3.6.4.1. Algorytm Gaussa	40

3.6.4.2. Algorytm Banachiewicza (transformacja Banachiewicza)	41
3.6.5. Praktyczne wskazówki rozwiązywania układów równań liniowych	41
Wykład 4. Elementy probabilistyki (1)	44
4.1. Zmienna losowa	44
4.2. Rozkład zmiennej losowej	45
4.3. Dystrybuanta	46
4.4. Parametry rozkładu zmiennej losowej	47
4.4.1. Momenty rozkładu prawdopodobieństwa	47
4.4.2. Kwantyle	49
4.4.3. Moda	49
4.4.4. Wartość oczekiwana	49
4.4.5. Wariancja	50
4.4.6. Odchylenie standardowe	52
4.4.7. Współczynnik asymetrii	52
4.4.8. Współczynnik spłaszczenia (eksczes)	52
4.4.9. Współczynnik zmienności	52
4.4.10. Funkcja tworząca	53
4.4.11. Wskaźnik wypukłości rozkładu symetrycznego (wypukłość rozkładu)	53
4.4.12. Entropia	54
Wykład 5. Elementy probabilistyki (2)	55
5.1. Unormowanie i standaryzacja zmiennej losowej	55
5.2. Niektóre ważne rozkłady zmiennej losowej	56
5.2.1. Rozkłady zmiennej skokowej spotykane w geodezji	56
5.2.1.1. Rozkład naturalny (skokowy)	56
5.2.1.2. Rozkład jednoimiennej serii wartości zmiennej losowej zero–jedynkowej	56
5.2.1.3. Rozkład geometryczny	57
5.2.1.4. Rozkład dwumianowy (Bernoulliego)	57
5.2.1.5. Rozkład Poissona (prawo małych liczb)	58
5.2.2. Rozkłady zmiennej losowej ciągłej	59
5.2.2.1. Rozkład prostokątny (rownomierny)	59
5.2.2.2. Rozkład wykładniczy	60
5.2.2.3. Rozkład gamma	61
5.2.2.4. Rozkład normalny	61
Wykład 6. Elementy probabilistyki (3)	65
6.1. Korelacja i regresja	65
6.2. Regresja drugiego rodzaju	66
6.3. Rozważania geometryczne i regresja ortogonalna	67
6.3.1. Aspekty geometryczne korelacji	67
6.3.1.1. Niezmienniczość współczynnika korelacji	68
6.3.1.2. Niejednoznaczność prostej regresji drugiego rodzaju	68
6.3.2. Prosta regresji ortogonalnej	69
6.3.3. Wartość oczekiwana funkcji wielu zmiennych losowych	71
6.4. Probabilistyczne prawa przyrody	72
6.4.1. Prawo wielkich liczb Bernoulliego–Czebyszewa	73
6.4.2. Prawo odchyłeń (błędów) de Moivre’a–Laplace’a–Gaussa	74
6.4.3. Prawo małych liczb Poissona–Bortkiewicza	74

Wykład 7. Elementy probabilistyki (4)	75
7.1. Zmienna losowa wielowymiarowa (wektor losowy)	75
7.2. Uogólnienie pojęcia pochodnej	76
7.3. Najważniejsze wzory na pochodne krakowianów	78
7.4. Rozwijanie funkcji wektorowej na szereg Taylora	79
7.5. Definicja wektora losowego	80
7.6. Wartość oczekiwana wektora losowego	80
7.7. Wariancja wektora losowego	81
7.8. Wariancja funkcji wektora losowego	81
7.9. Kowariancja wektorów X, Y	82
Wykład 8. Wektor normalny i uogólnienie pojęcia średniej	83
8.1. Rozkład normalny wektora nieskorelowanego V	83
8.2. Rozkład normalny dwuwymiarowej zmiennej losowej (X, Y)	85
8.2.1. Wariancja i uogólnione odchylenie standardowe skorelowanego wektora losowego (X, Y)	85
8.2.2. Funkcja gęstości	85
8.3. Interpretacja geometryczna	86
8.4. Średnia	86
8.4.1. Uogólnienie pojęcia średniej	86
8.4.2. Funkcja uśredniająca	87
8.4.3. Niektóre szczególne przypadki średniej	87
8.4.4. Średnia wektorowa i metoda największej zależności (Adamczewski, 1970)	88
8.4.5. Średnia ruchoma	89
Wykład 9. Elementy teorii błędów (1)	90
9.1. Przedmiot teorii błędów	90
9.2. Błędy przypadkowe w sensie Gaussa	90
9.2.1. Prawo błędów Gaussa	90
9.2.2. Błędy pozorne (poprawki)	92
9.2.3. Błąd średni pojedynczego spostrzeżenia i błąd średni typowego spostrzeżenia m_0	94
9.2.4. Wagi obserwacji	95
9.3. Modele matematyczne błędów	96
9.3.1. Rozkład serii znaków błędów podlegających prawu błędów Gaussa	96
9.3.2. Rozkład błędów zaokrąglenia liczb przybliżonych	98
9.3.3. Hipoteza molekularnej struktury błędu (Hagen, 1837)	98
Wykład 10. Elementy teorii błędów (2)	101
10.1. Teoria pola błędu położenia punktu	101
10.1.1. Geodezyjne pole skalarne	101
10.1.2. Pole kąta kierunkowego (wcinającego w przód)	102
10.1.3. Pole sumy oraz różnicy kierunków	103
10.1.4. Pole długości	104
10.1.5. Pole sumy odległości	104
10.1.6. Pole różnicy odległości	105
10.1.7. Układy ortogonalne miejsc geometrycznych obserwacji (linii pozycyjnych)	105
10.1.8. Błąd miejsca geometrycznego (linii pozycyjnej) Δn jako zmienna losowa	106
10.2. Prawo błędów grubych	106
10.2.1. Rozkład błędów grubych	107
10.2.2. Przykład rozkładu błędów grubych w polskiej sieci triangulacji zagęszczającej	107
10.3. Szacowanie granicy błędu	108

10.3.1. Szacowanie klasyczne	108
10.3.2. Szacowanie klasyczne z korekcją Gaussa	108
10.3.3. Szacowanie za pomocą rozkładu zmiennej t -Studenta	109
10.3.4. Rozkład χ^2 Helmerta	110
Wykład 11. Metoda najmniejszych kwadratów (1)	112
11.1. Procedury metody najmniejszych kwadratów	112
11.2. Metoda pośrednicząca (procedura parametryczna)	114
11.2.1. Sformułowanie problemu wyrównawczego	114
11.2.2. Wyznaczenie wektora poprawek \mathbf{V}	114
11.2.3. Ocena dokładności	117
11.2.3.1. Oszacowanie dokładności wektorów \mathbf{L}, \mathbf{l}	117
11.2.3.2. Oszacowanie dokładności wektora niewiadomych \mathbf{X}	117
11.2.3.3. Oszacowanie wektora poprawek \mathbf{V} (po wyrównaniu)	118
11.2.3.4. Oszacowanie dokładności funkcji wektorów $\mathbf{X}, \mathbf{V}, \mathbf{l}$	118
11.3. Twierdzenie o śladzie wariancji wektora poprawek	118
11.4. Przykład elementarny	119
11.5. Przykład klasyczny wyrównania sieci kątovej (triangulacyjnej)	120
11.6. Problem przybliżenia początkowego w zadaniu wyrównawczym	121
11.7. Przykład wyrównania pojedynczej multisferacji GPS	124
Wykład 12. Metoda najmniejszych kwadratów (2)	128
12.1. Metoda warunkowa	128
12.1.1. Sformułowanie problemu wyrównawczego	128
12.1.2. Rozwiązanie problemu metodą mnożników Lagrange'a (metoda korelat)	128
12.1.3. Ocena dokładności	130
12.1.3.1. Wariancja funkcji obserwacji wyrównanych	132
12.1.4. Przykład elementarny	134
12.2. Zastosowania metody warunkowej	136
Wykład 13. Niektóre własności i zastosowania metody najmniejszych kwadratów	137
13.1. Twierdzenia Hausbrandta o relacjach między metodami pośrednicząca i warunkową	137
13.2. Własności wektorowego trójkąta wyrównawczego: $\mathbf{x}, \mathbf{r}, \mathbf{v}, \mathbf{l}$	138
13.3. Analogia parabolii	138
13.4. Hiperparaboloida wyrównawcza	140
13.5. Wyznaczanie parametrów modelu matematycznego obserwowanej wielkości	143
13.5.1. Model w postaci szeregu potęgowego	143
13.5.2. Model w postaci logarytmicznej	144
13.5.3. Model drgań (oscylacji)	144
Wykład 14. Elipsy błędów	146
14.1. Równanie elipsy błędów	146
14.2. Obliczenie kąta orientacji elipsy błędów	147
14.3. Obliczenie półosi elipsy błędów	148
14.4. Prawdopodobieństwo położenia punktu wewnątrz elipsy o parametrze s	148
14.5. Często stosowane elipsy błędów	150
14.6. Niektóre szczególne przypadki	150
14.6.1. Elipsa błędów pojedynczego punktu wyznaczanego	150
14.6.2. Elipsy błędów konstrukcji jednoznacznych (bez obserwacji nadliczbowych)	151
14.7. Przykład (elipsy błędów w sieci liniowej)	151

Wykład 15. Uogólnione procedury wyrównawcze	153
15.1. Procedura parametryczna z warunkami (problem Gaussa–Helmerta)	153
15.1.1. Rozwiązanie Hausbrandta metodą wielkich wag (metoda realnego równoważenia)	153
15.1.2. Rozwiązanie klasyczne (Lagrange’a)	154
15.1.3. Ocena dokładności	155
15.2. Metoda warunkowa z niewiadomymi	156
15.2.1. Sformułowanie problemu	156
15.2.2. Rozwiązanie problemu	157
15.2.3. Transformacja wyrazów wolnych w niewiadome	157
15.2.4. Transformacja wyrazów wolnych w korelaty	158
15.2.5. Transformacja wyrazów wolnych w poprawki	158
15.2.6. Ocena dokładności	158
Dodatek 1. Wyrównanie układu obserwacyjnego złożonego z części	160
Dodatek 2. Procedury rozwiązywania układów równań liniowych	164